Aufgabe 3.1:

Leiten Sie den Mittelpunktalgorithmus für das Zeichnen einer Geraden mit Steigung zwischen -1 und 0 her.

Lösungsskizze:

Fall 1: O, d.h. $(x_{p+1}, y_{p+1}) = (x_p + 1, y_p)$ war das nach (x_p, y_p) zu zeichnende Pixel.

$$d_{\text{neu}} = F\left(x_p + 2, y_p - \frac{1}{2}\right) = dy \cdot (x_p + 2) - dx \cdot \left(y_p - \frac{1}{2}\right) + C$$

$$d_{\text{alt}} = F\left(x_p + 1, y_p - \frac{1}{2}\right) = dy \cdot (x_p + 1) - dx \cdot \left(y_p - \frac{1}{2}\right) + C$$

$$\Delta_O = d_{\text{neu}} - d_{\text{alt}} = dy.$$

Fall 2: SO, d.h. $(x_{p+1}, y_{p+1}) = (x_p + 1, y_p - 1)$ war das nach (x_p, y_p) zu zeichnende Pixel.

$$d_{\text{neu}} = F\left(x_p + 2, y_p - \frac{3}{2}\right) = dy \cdot (x_p + 2) - dx \cdot \left(y_p - \frac{3}{2}\right) + C$$

$$\Delta_{SO} = d_{\text{neu}} - d_{\text{alt}} = dy + dx$$

$$\begin{aligned}
d_{\text{init}} &= F\left(x_0 + 1, y_0 - \frac{1}{2}\right) \\
&= dy \cdot (x_0 + 1) - dx \cdot \left(y_0 - \frac{1}{2}\right) + C \\
&= dy \cdot x_0 - dx \cdot y_0 + C + dy + \frac{dx}{2} \\
&= F(x_0, y_0) + dy + \frac{dx}{2} \\
&= dy + \frac{dx}{2}
\end{aligned}$$

Betrachte $D = 2 \cdot d$.

$$
\begin{aligned}
D_{\text{init}} &= 2 \cdot dy + dx \\
D_{\text{neu}} &= D_{\text{alt}} + \Delta \qquad \text{mit} \\
\Delta &= \begin{cases} 2 \cdot dy & \text{falls } D_{\text{alt}} < 0 \\ 2 \cdot (dy + dx) & \text{falls } D_{\text{alt}} > 0 \end{cases}
\end{aligned}
$$