<table>
<tr><td></td><td>Fachhochschule
Braunschweig/Wolfenbüttel
Fachbereich Elektrotechnik

Prof. Dr.-Ing. T. Harriehausen</td><td>Klausur
Mathematik III
Wintersemester 2004/05

19.1.2005</td></tr>
<tr><td>Bearbeitungs-
zeit:

90 Minuten</td><td>Anzahl der abgegebenen

Blätter: ____________

+ 1 Aufgabenblatt + 1 Formelblatt</td><td>Name: ____________________________

Vorname: _________________________

Matrikel-Nr.: ___________________</td></tr>
</table>

Erlaubte Hilfsmittel: ausgegebene Formelsammlung, ausgegebener Taschenrechner TI 30.
Alle Antworten sind zu begründen, Lösungswege müssen nachvollziehbar sein!
Bitte kennzeichnen Sie jedes Blatt mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.
Bitte schreiben Sie nicht mit roter Farbe und lassen Sie links und rechts ca. 3 cm Rand!

Punkteverteilung

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Σ	Note:
Punkte	11	12	17	18	19	9	13	65	110+54	
erreicht										

1) a) Welche Eigenschaft kennzeichnet geometrische Reihen?
b) Nennen Sie praktische Beispiele für geometrische Reihen.
c) Der Wert einer Reihe $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$ sei g. Welchen Wert hat die Reihe $\sum_{i=1}^{\infty}(c+a_i)$ mit $c<0$?
d) Untersuchen Sie das Konvergenzverhalten von $S=\sum_{i=1}^{\infty}\frac{1}{i}\sin((i-0{,}5)\pi)$.

2) a) Bestimmen Sie den Konvergenzbereich von $P(x)=100+x+\frac{(x+4)^2}{2}+\frac{(x+4)^3}{6}+\frac{(x+4)^4}{24}+\ldots$
b) Unter welcher Voraussetzung kann man eine Funktion f(x) in der Umgebung eines Punktes x_0 durch eine Taylorreihe P(x) darstellen?
c) Was versteht man unter einer „Näherung n-ter Ordnung“?

3) Die Kennlinie einer Diode werde näherungsweise beschrieben durch $I_D(U_D)=I_S(e^{\frac{U_D}{U_T}}-1)$ mit den konstanten Parametern $I_S=10^{-11}\,A$ und $U_T=30\,mV$.
Nähern Sie die Kennlinie im Arbeitspunkt U_{AP} = 0,75 V durch ein Polynom 2. Ordnung an.

4) a) Welche Klasse von Funktionen kann in Fourier-Reihen entwickelt werden?
b) Unter welchen Bedingungen ist die Fourier-Reihe einer Funktion gleich der Funktion?
c) Welche Auswirkung auf die reellen und komplexen Fourier-Koeffizienten ergibt sich, wenn die analysierte Funktion gerade bzw. ungerade ist?
d) Wie breit kann das Spektrum periodischer Funktionen minimal bzw. maximal sein? Welche Eigenschaften haben die zugehörigen Zeitfunktionen?

5) Aus der Spannung $u_e(t)=230\,V\sqrt{2}\cdot\sin(2\pi\cdot 50\,Hz\cdot t)$ wird mittels eines idealen Einweg-Gleichrichters die Spannung $u_a(t)\geq 0$ erzeugt. Beachten Sie den Hinweis auf Seite 2.
a) Welche Frequenzen $f\geq 0$ sind in $u_a(t)$ enthalten?
b) Wie groß ist $\overline{u_a(t)}$?
c) Geben Sie die Effektivwerte U_{a1}, U_{a2}, U_{a3} der drei niedrigsten spektralen Komponenten

mit $f > 0$ in $u_a(t)$ an.

Hinweis: Im Bronstein finden Sie folgenden Eintrag:

Funktionsbeschreibung	**Fourier-Reihe der Funktion**
$y = \begin{cases} \sin x & \text{für} \quad 0 \le x \le \pi \\ 0 & \text{für} \quad \pi \le x \le 2\pi \end{cases}$	$y = \frac{1}{\pi} + \frac{1}{2}\sin x - \frac{2}{\pi}\left(\frac{\cos 2x}{1\cdot 3} + \frac{\cos 4x}{3\cdot 5} + \frac{\cos 6x}{5\cdot 7} + \ldots\right)$

6) a) Welche Klasse von Funktionen kann Fourier-transformiert werden?

b) Welche graphische Darstellungsform wird in der Praxis am häufigsten für das Ergeb-nis einer Fourier-Transformation verwendet?

c) Bei der Analyse von linearen Wechselstromkreisen mit einfrequenter Anregung mit-tels der komplexen Rechnung wird implizit eine Integraltransformation verwendet. Handelt es ich hierbei um die Fourier-Transformation oder um einen Spezialfall der Laplace-Transformation?

7) a) Welche Klasse von Funktionen kann Laplace-transformiert werden?

b) Durch welche Art von Gleichungen wird das Strom/Spannungsverhalten von RLC-Netzwerken mit R, L, C = const. im Zeitbereich beschrieben?

c) In welche Art von Gleichungen werden die Gleichungen nach b) durch die Laplace-Transformation überführt?

8) Gegeben ist die Schaltung in Bild 1 mit festen, bekannten Parametern R, L, C > 0.

Verwenden Sie die Abkürzungen $\boxed{RC = \tau}$ und $\boxed{\omega_0^2 = \frac{1}{LC}}$. Es gilt $\boxed{\omega_0 \tau < 2}$.

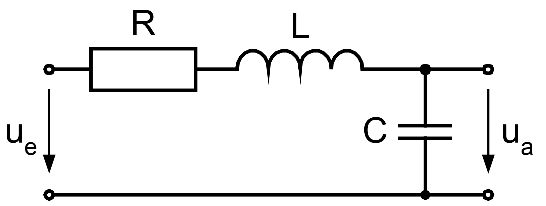

Bild 1 Einfaches RLC-Netzwerk mit Eingangsgröße u_e und Ausgangsgröße u_a

a) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $\underline{F}(p)$ der Schaltung.

b) Berechnen Sie die Pole und Nullstellen von $\underline{F}(p)$.
Wo liegen die Polstellen von $\underline{F}(p)$ in der komplexen p-Ebene?

c) Berechnen Sie den Amplitudengang $F(\omega)$ und den Phasengang $\varphi(\omega)$ der Schaltung.

d) Berechnen Sie $F(0)$, $F(\infty)$ sowie $\varphi(0)$ und $\varphi(\infty)$.

e) Skizzieren Sie die Graphen von $F(\omega)$ und $\varphi(\omega)$.

f) Wie würden Sie die Schaltung bezüglich ihres Übertragungsverhaltens charakterisie-ren?

g) An die zunächst energielose Schaltung wird bei t = 0 der Impuls $u_{e1}(t) = 10\,V \cdot 1s \cdot \delta(t)$ gelegt. Berechnen Sie $u_{a1}(t)$.

h) An die zunächst energielose Schaltung wird ab t = 0 die Spannung $u_{e2}(t) = 10\,V$ gelegt. Berechnen Sie $\underline{U}_{a2}(p)$ und formen Sie das Ergebnis so um, dass es mit der angefügten Korrespondenztabelle direkt rücktransformiert werden könnte.
(Sie brauchen die Rücktransformation <u>nicht</u> durchzuführen!)