

|                                                                                   |                                                                                               |                                                                                   |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
|  | <b>Fachhochschule<br/>Braunschweig/Wolfenbüttel<br/>FB Elektrotechnik</b>                     | <b>Klausur<br/>Mathematik III (PO 2000)<br/>SS 2002</b>                           |
|                                                                                   | Prof. Dr.-Ing. T. Harriehausen                                                                | 27.6.2002                                                                         |
| Bearbeitungs-<br>zeit:<br><br>90 Minuten                                          | <b>Anzahl der abgegebenen<br/>Blätter:</b> _____<br><br>+ 3 Aufgabenblätter + 2 Formelblätter | <b>Name:</b> _____<br><br><b>Vorname:</b> _____<br><br><b>Matrikel-Nr.:</b> _____ |

**Erlaubte Hilfsmittel: Ausgegebene Formelsammlung, ausgegebener Taschenrechner TI 30.**

**Alle Antworten sind zu begründen, Lösungswege müssen nachvollziehbar sein!**

Bitte kennzeichnen Sie jedes Blatt mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer und beginnen Sie jede Aufgabe auf einer neuen Seite. Bitte schreiben Sie nicht mit roter Farbe!

**Diese Aufgabenstellung gilt nur für  
Prüfungsteilnehmer nach Prüfungsordnung 2000!**

**Punkteverteilung**

| Aufgabe      | 1  | 2  | 3 | 4  | 5 | 6 | 7  | 8  | Σ     | Note: |
|--------------|----|----|---|----|---|---|----|----|-------|-------|
| Punkte (ca.) | 12 | 12 | 7 | 18 | 8 | 6 | 15 | 38 | 90+26 |       |
| erreicht     |    |    |   |    |   |   |    |    |       |       |

**Aufgabe 1:**

- a) Was ist notwendige, aber nicht hinreichende Bedingung für die Konvergenz einer numerischen Reihe?

Untersuchen Sie das Konvergenzverhalten von

b)  $\sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i \frac{i^{1000}}{i!}$     c)  $\sum_{i=1}^{\infty} \left(1 + \frac{e^i}{i!}\right)$     d)  $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\ln i}{i}$

**Aufgabe 2:**

- a) Was versteht man unter einer „Näherung n-ter Ordnung“ für eine Funktion  $f(x)$ ?
- b) Unter welcher Voraussetzung kann man eine Funktion  $f(x)$  in der Umgebung eines Punktes  $x_0$  durch eine Taylorreihe  $P(x)$  darstellen?
- c) Berechnen Sie das Taylorpolynom zweiter Ordnung  $P_2(x)$  der Funktion  $f(x) = \sqrt{1+x^2}$  für den Entwicklungspunkt 1.

**Aufgabe 3:**

Berechnen Sie die Grenzwerte

a)  $\lim_{x \rightarrow +0} x^x$

b)  $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{x}{\ln x}$

**Aufgabe 4:**

- Unter welchen Voraussetzungen kann eine Funktion in eine Fourier-Reihe entwickelt werden?
- Was ist das Gibbsche Phänomen?
- Was ist ein Spektrum?
- Entwickeln Sie die in Bild 1 dargestellte T-periodische Funktion  $u(t)$  in eine Fourier-Reihe.

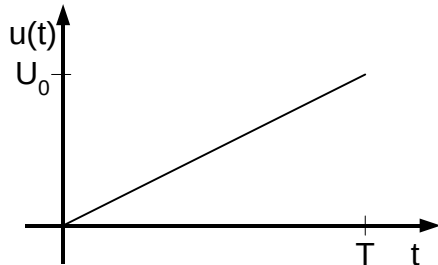


Bild 1: Funktion zu Aufgabe 4 d)

**Aufgabe 5:**

- Nennen sie prinzipielle Unterschiede zwischen den Spektren periodischer Funktionen und den Spektren nichtperiodischer Funktionen.
- Leiten Sie ohne Verwendung einer Korrespondenztabelle die Fourier-Transformierte der in Bild 2 dargestellten Funktion  $u(t)$  her.

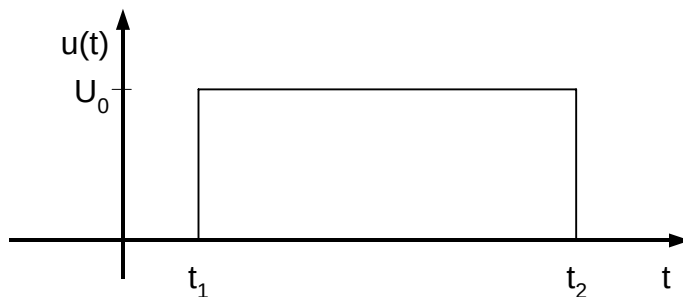


Bild 2: Darstellung der Funktion zu Aufgabe 5 b)

**Aufgabe 6:**

Gegeben ist ein System in Form eines Zweipols nach Bild 3 mit festen, positiven Werten  $R$ ,  $L$  und  $C$ . Das System wird angeregt durch die Klemmenspannung  $u(t)$ , die Reaktionsgröße ist der Klemmenstrom  $i(t)$ .

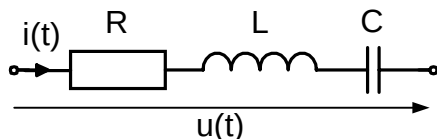


Bild 3: Schaltbild zu Aufgabe 6

- Stellen Sie eine Gleichung auf, die die Abhängigkeit zwischen den Klemmengrößen  $u(t)$  und  $i(t)$  im Zeitbereich beschreibt.
- Berechnen Sie die Laplace-Transformierte dieser Gleichung.

**Aufgabe 7:**

Zwei gleichartige Übertragungssysteme sind gemäß Bild 4 rückwirkungsfrei zu einem Gesamtsystem hintereinandergeschaltet. Es gilt  $\underline{F}(p) = \frac{1}{\tau p + 1}$  mit  $\tau = 1 \text{ s}$ .

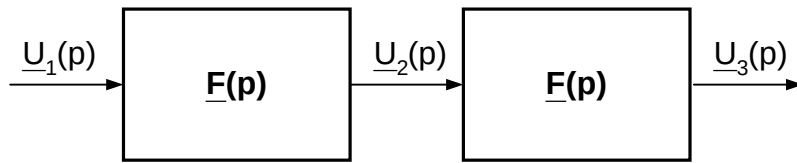


Bild 4: Struktur des Gesamtsystems zu Aufgabe 7

An den Eingang des ersten Systems wird das Signal  $u_1(t) = U_0 \cdot 1s \cdot \delta(t)$  gelegt.

- Berechnen und skizzieren Sie  $u_2(t)$ .
- Berechnen und skizzieren Sie  $u_3(t)$ .

**Aufgabe 8:**

Gegeben ist ein Übertragungssystem in Form der in Bild 5 dargestellten Schaltung mit festen, positiven Werten  $R_1$ ,  $R_2$  und  $L$ .

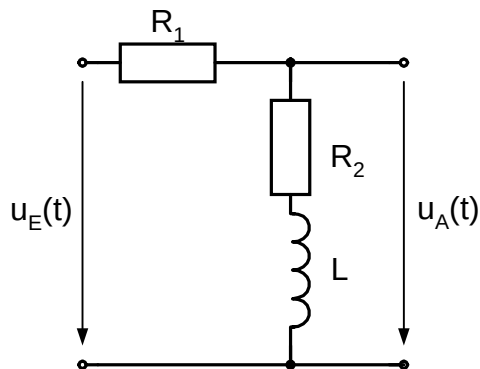


Bild 5: Schaltung zu Aufgabe 8

**Hinweis:** Sie dürfen bei Ihren Berechnungen folgende Abkürzungen verwenden:

$$R_{12} = R_1 + R_2, \quad \tau_2 = L / R_2, \quad \tau_{12} = L / (R_1 + R_2) = L / R_{12}$$

- Um was für einen Typ von System handelt es sich?
- Berechnen Sie die Übertragungsfunktion  $\underline{F}(p) = \underline{U}_A(p) / \underline{U}_E(p)$  des Systems.
- Um was für eine Art von mathematischer Funktion handelt es sich bei  $\underline{F}(p)$ ?
- Bestimmen Sie die Pole und Nullstellen von  $\underline{F}(p)$ .  
Wo in der komplexen  $p$ -Ebene liegen die Pole und Nullstellen von  $\underline{F}(p)$ ?
- Berechnen und skizzieren Sie den Amplitudengang  $F(\omega)$  des Systems.
- Berechnen und skizzieren Sie den Phasengang  $\varphi(\omega)$  des Systems.

Es sei  $u_{E1}(t) = U_0 \cdot \varepsilon(t)$ .

- Berechnen Sie die Werte  $u_{A1}(0)$  und  $u_{A1}(\infty)$ .
- Berechnen und skizzieren Sie die Übergangsfunktion  $u_{A1}(t) / u_{E1}(t)$  für  $t > 0$ .

**Hinweis:** Für die Beantwortung der folgenden Teilaufgaben ist keine Rechnung, sondern nur eine Begründung erforderlich.

- Durch was für einen Typ von Differentialgleichung wird das System beschrieben?

Nun sei  $u_{E2}(t) = \hat{U} \sin(\omega_0 t + \varphi_{0u}) \cdot \varepsilon(t)$ .

- Was für einen Typ von Funktion erwarten Sie für  $u_{A1}(t)$  allgemein?
- Was für einen Typ von Funktion erwarten Sie für  $u_{A1}(t)$  im eingeschwungenen Zustand?