2.7 Übertragungsverhalten eines RC-Gliedes

Gegeben ist der aus einem RC-Glied mit Schaltung gemäß Bild 1 bestehende Übertragungsvierpol. Das System sei für $t < 0$ energielos. R und C seien konstant. Verwenden Sie $\tau = R\,C$.

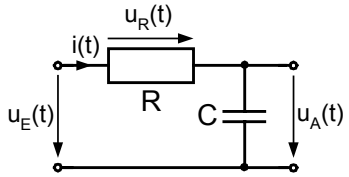

Bild 1: RC-Glied als Übertragungsvierpol

a) Berechnen Sie Übertragungsfunktion, Amplituden- und Phasengang des Übertragungsvierpols
b) Wie reagiert das System auf Anregung mit
   b1) der Sprungfunktion $u_{E1}(t) = U_0 \cdot \varepsilon(t)$
   b2) dem Dirac-Impuls $u_{E2}(t) = U_0 \cdot 1s \cdot \delta(t) = \tilde{U}_0 \cdot \delta(t)$
   b3) der harmonischen Schwingung $u_{E3}(t) = U_0 \cdot \sin(\omega_0 t) \cdot \varepsilon(t)$?
c) Berechnen Sie mittels der aus der Wechselstromlehre bekannten komplexen Rechnung die Funktion $\underline{U}_A(\omega)/\underline{U}_E(\omega)$. Was fällt Ihnen beim Vergleich mit der Übertragungsfunktion nach a) auf?

2.8 Analyse eines Reihenschwingkreises im Zeit- und im Bildbereich

Gegeben ist eine RLC-Reihenschaltung mit konstanten Parametern R, L, C. Betrachtet werden die Klemmengrößen u(t) und i(t) der Schaltung im Verbraucher-Zählpfeilsystem.

a) Stellen Sie die Integro-Differentialgleichung auf, die die Beziehung zwischen i(t) und u(t) im Zeitbereich beschreibt.
b) Gegeben sei i(t). Wie aufwendig ist es prinzipiell, u(t) im Zeitbereich zu berechnen?
c) Gegeben sei u(t). Wie aufwendig ist es prinzipiell, i(t) im Zeitbereich zu berechnen?
d) Stellen Sie die Differentialgleichung für das System $u(t) \rightarrow i(t)$ auf.
e) Um was für eine Art von System handelt es sich?
   Was für ein Typ von Differentialgleichung beschreibt dieses System?
f) Wie löst man Differentialgleichungen dieses Typs?
   Welchen Zusammenhang gibt es zwischen dem Typ des Störgliedes einer solchen Differentialgleichung und dem Typ ihrer speziellen Lösung?
g) Bestimmen Sie die Laplace-Transformierte der Differentialgleichung aus d).
h) Was für eine Art von Gleichung entsteht durch die Laplace-Transformation aus der Differentialgleichung?
i) Wie groß ist – verglichen mit den Aufgabenteilen b) und c) - der Unterschied zwischen den Aufwänden zur Berechnung von $\underline{U}(p)$ bei gegebenem $\underline{I}(p)$ einerseits und zur Berechnung von $\underline{I}(p)$ bei gegebenem $\underline{U}(p)$ andererseits?
j) Die Anregungsgröße des Systems sei eine harmonische Schwingung.
   Berechnen sie den Zusammenhang zwischen den komplexen Klemmengrößen $\underline{U}(j\omega)$ und $\underline{I}(j\omega)$ mittels der aus der Wechselstromlehre bekannten komplexen Rechnung.
k) Ersetzen Sie in der Gleichung aus j) den Ausdruck $j\omega$ durch $\underline{p}$ und vergleichen Sie das Resultat mit dem Ergebnis von g). Was folgt daraus als sinnvoller Rechenweg zur Ermittlung der Übertragungsfunktion von Netzwerken? Ist dieser Weg auch anwendbar, wenn Ausgleichsvorgänge berechnet werden sollen, bei denen die Anfangswerte nicht verschwinden?