



1.4 Konvergenzbereich von Potenzreihen

Bestimmen Sie den Konvergenzbereich von

a) $(x-1) + \frac{(x-1)^2}{2} + \dots + \frac{(x-1)^n}{n} + \dots$

b) $20 + x + \frac{(x+3)^2}{2} + \frac{(x+3)^3}{6} + \frac{(x+3)^4}{24} + \dots + \frac{(x+3)^n}{n!} + \dots$

c) $\frac{(x-10)}{2} + \frac{(x-10)^2}{16} + \frac{(x-10)^3}{72} + \dots + \frac{(x-10)^n}{n^2 \cdot 2^n} + \dots$

d) $P(z) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(z-3+2j)^i}{i^2 \cdot (2+2j)^i}$ (Bestimmung des Konvergenzradius reicht aus)

1.5 Näherung n-ter Ordnung für die Sinusfunktion

Gegeben ist die Potenzreihendarstellung der Sinusfunktion

$$\sin x = \frac{x^1}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots - \dots$$

Berechnen Sie mittels einer Näherung n-ter Ordnung mit $n \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ die Funktionswerte

a) $\sin 2$

b) $\sin 10^\circ$

und geben Sie jeweils den relativen Fehler der Ergebnisse an.

1.6 Komplexe Potenzreihe

Stellen Sie die Funktion $y = \cos x + j \sin x$ als Potenzreihe mit dem Entwicklungspunkt 0 dar. Verwenden Sie hierzu die entsprechenden Potenzreihenentwicklungen von $\cos x$ und $\sin x$.

1.7 Verständnisfragen zu Taylorreihen und Taylorpolynomen

- a) Was ist eine Taylorreihe?
- b) Unter welcher Voraussetzung kann man eine Funktion $f(x)$ in der Umgebung eines Punktes x_0 durch eine Taylorreihe $P(x)$ darstellen?
- c) Was ist ein Taylorpolynom?
- d) Was versteht man unter einer „Näherung n-ter Ordnung“?

1.8 Funktionsidentifikation mittels Taylorreihe

Welche Funktion $f(x)$ ist gleich ihrer Ableitung $f'(x)$, wenn zusätzlich $f(0)=1$ gelte?

1.9 Taylorreihen-Entwicklung mit Konvergenzradiusbestimmung

Entwickeln Sie in eine Taylorreihe und bestimmen Sie den Konvergenzradius

a) $f(x) = e^x$ für $x_0 = 1$

b) $f(x) = \ln x$ für $x_0 = 1$

1.10 Berechnung eines Taylorpolynoms

Geben Sie das Taylorpolynom dritter Ordnung für $f(x) = \sqrt{1+x}$ für $x_0 = 1$ an.

1.11 Bestimmung von McLaurin-Reihen

Bestimmen Sie die McLaurin-Reihe von.

a) $\sin x$ b) $\cos x$ c) $\tan x$ (nur die ersten 4 Glieder)