# Fourier-Reihe und -Transformation

Unterschiede und Gemeinsamkeiten



© 2002-2004 Prof. Dr.-Ing. T. Harriehausen

Version 2 18.11.2004

Betrachtet werden nur reellwertige Zeitfunktionen f(t), die als **Signale** bezeichnet werden.

| | **Fourier-Reihe** | **Fourier-Transformation** |
|---|---|---|
| Original- und Bildbereich der Abbildung | Originalbereich: Zeitbereich (t)<br>Bildbereich: Frequenzbereich (ω oder f) | |
| Art der Signale | **nur periodische** Signale | **nur nichtperiodische** Signale |
| Voraussetzungen für die Anwendung | • Erfüllung der Dirichletschen Bedingungen<br>• endliche **Leistung** des Signals: $\frac{1}{T}\int_{(T)} f^2(t)dt < \infty$ | • endliche **Energie** des Signals: $\int_{-\infty}^{+\infty} f^2(t)dt < \infty$ |
| Berechnungsformeln der Abbildung | $a_i = \frac{2}{T}\int_{(T)} f(t)\cos(i\omega_0 t)\,dt$<br>$b_i = \frac{2}{T}\int_{(T)} f(t)\sin(i\omega_0 t)\,dt$<br>oder<br>$\underline{c}_i = \frac{1}{T}\int_{(T)} f(t)\,e^{-ji\omega_0 t}dt$ | $a(\omega) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\cos(\omega t)\,dt$<br>$b(\omega) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\sin(\omega t)\,dt$<br>oder<br>$\underline{F}(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\,e^{-j\omega t}dt$ |
| Ergebnis | **Fourier-Koeffizienten**<br>$a_i$ und $b_i$ (reelle Zahlenreihen) oder<br>$\underline{c}_i$ (komplexe Zahlenreihe) | **Fourier-Transformierte** $\underline{F}(\omega)$<br>(komplexwertige Funktion) |
| Symmetrieeigenschaften des Ergebnisses | $\underline{c}_{-i} = \underline{c}_i^*$, also $\lvert\underline{c}_{-i}\rvert = \lvert\underline{c}_i\rvert$ | $\underline{F}(-j\omega) = \underline{F}^*(j\omega)$, also<br>$\lvert\underline{F}(-j\omega)\rvert = \lvert\underline{F}(j\omega)\rvert$ |
| Übliche Darstellung des Ergebnisses | • Amplituden- $\hat{B}_i = \sqrt{a_i^2 + b_i^2}$ und Phasenspektrum $\varphi_{0i} = \arctan\frac{a_i}{b_i}$ für $i \geq 0$<br>• $\mathrm{Re}(\underline{c}_i)$ und $\mathrm{Im}(\underline{c}_i)$ für $-\infty < i < \infty$<br>• Betragsspektrum $\lvert\underline{c}_i\rvert$ und Phasenspektrum für $-\infty < i < \infty$ | Betragsspektrum<br>$F(\omega) = \lvert\underline{F}(j\omega)\rvert$ und ggf.<br>Phasenspektrum $\varphi_0(\omega)$<br>für $\omega \geq 0$ |
| Art der Spektren | **diskrete** Linienspektren | **kontinuierliche** Spektren |
| Breite der Spektren | steigt mit zunehmender maximaler Flankensteilheit des Signals | immer unendlich breit |
| Berechnungsformeln der Umkehrabbildung | $s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^{\infty}\left[a_i\cos(i\omega_0 t) + b_i\sin(i\omega_0 t)\right]$<br>oder<br>$s(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \underline{c}_i\,e^{ji\omega_0 t}$ | $s(t) = \int_0^{\infty} a(\omega)\cos(\omega t) + b(\omega)\sin(\omega t)\,d\omega$<br>oder<br>$s(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \underline{F}(\omega)\,e^{j\omega t}d\omega$ |
| Aussage der Parsevalschen Gleichung | Die **Leistung** des Signals kann sowohl aus der Zeitfunktion als auch aus dem Spektrum berechnet werden | Die **Energie** des Signals kann sowohl aus der Zeitfunktion als auch aus dem Spektrum berechnet werden |

Bitte benachrichtigen Sie mich, wenn Sie in diesem Dokument Fehler finden oder Anregungen oder Fragen dazu haben.