



### 6.1 Grundlegende Eigenschaften von Matrizen

Eine Matrix besitzt 36 Elemente. Von welchem Typ kann sie sein?

### 6.2 Matrixmultiplikation

Gegeben sind die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 2 & -7 & 6 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 6 & -9 & -3 \\ 4 & -6 & -2 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Berechnen sie die folgenden Matrizen, sofern sie existieren

- a)  $AB$    b)  $BB^T$    c)  $B^TB$    d)  $CD$    e)  $DC$    f)  $BA$

### 6.3 Grundoperationen mit Matrizen

Gegeben sind die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 1 & 3 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 3 \\ -1 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

Berechnen sie die folgenden Matrizen, sofern sie existieren

- a)  $A - 3C^T$    b)  $A + B$    c)  $-2A^T + 3A$    d)  $BC$    e)  $CB$    f)  $AB$

### 6.4 Spezielle Matrixmultiplikationen

A sei eine beliebige (3, 3)-Matrix. Gegeben sind die Matrizen

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & k & 1 \end{pmatrix} \text{ mit festem } k \in \mathbb{R}$$

Berechnen Sie a)  $BA$    b)  $CA$    c)  $DA$    und erläutern Sie jeweils Ihr Ergebnis.

### 6.5 Matrixmultiplikationen mit überraschenden Ergebnissen

Gegeben sind die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 12 \\ -2 & -6 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$$
$$F = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -8 & -4 \end{pmatrix} \quad G = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad H = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \quad I = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie folgende Matrixprodukte und vergleichen Sie die Ergebnisse mit den in der Algebra reeller Zahlen gültigen Rechenregeln:

- a)  $A^2$    b)  $BC$    c)  $D^2$    d)  $F^2$    e)  $GH$  und  $GI$

### 6.6 Matrizengleichung

A und X sind die unten aufgeführten Matrizen. Es gelte  $AX = -2X$ . Berechnen Sie die  $x_i$ .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$