



Zugrunde liegender Prozess

Der Poisson-Verteilung liegt der gleiche Prozess wie der Binomialverteilung zugrunde. Bei der Poisson-Verteilung wird der Spezialfall betrachtet, dass

1. das **Ereignis A nur sehr selten auftritt**, also $P(A) \rightarrow 0$ gilt
2. und die Anzahl der Experimente sehr groß ist, also $n \rightarrow \infty$ gilt
3. und das Produkt $\lambda = n \cdot p$ konstant ist.

Daher wird die Poisson-Verteilung auch „**Verteilung der seltenen Ereignisse**“ genannt.

Als Faustregel für die Anwendbarkeit der Poisson-Verteilung kann man z.B. die Bedingung¹ $p \leq 0,08$ und $n \geq 1500 \cdot p$ verwenden.

Wahrscheinlichkeitsfunktion

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei n **voneinander unabhängigen Experimenten** das Ereignis A genau x -mal eintritt, ist

$$P(X = x) = f_p(x, n, p) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} \text{ für } 0 \leq x \leq n.$$

Parameter der Verteilung

$\lambda = n \cdot p$: Produkt aus Anzahl n der Experimente und Auftretenswahrscheinlichkeit p des betrachteten Ereignisses

Kennwerte der Verteilung

Erwartungswert $\mu = \lambda$

Varianz $\sigma^2 = \lambda$

Eigenschaften der Verteilung

Die Poisson-Verteilung ist eine **diskrete** Wahrscheinlichkeitsverteilung. Sie ist stets **unimodal** (hat nur ein Maximum).

Anwendungsbereich der Verteilung

- **Ziehen mit Zurücklegen** aus einer **endlichen Anzahl von Elementen**.
- **Ziehen ohne Zurücklegen** aus einer **unendlichen** (näherungsweise auch sehr großen) **Anzahl von Elementen**.

Technische Anwendungen der Verteilung

Die Poisson-Verteilung ist anwendbar im Falle von **gleichartigen Ereignissen**, die **unabhängig voneinander auftreten** und bei denen die Wahrscheinlichkeit p dafür, dass genau ein Ereignis innerhalb eines **kleinen** Zeitraumes Δt auftritt, proportional zu Δt ist, also $p = k \cdot \Delta t$. Der Proportionalitätsfaktor k lässt sich abschätzen aus der gemessenen Zahl N von Ereignissen in einem **großen** Zeitraum T zu $k = N/T$.

Ein Anwendungsfall aus der Physik ist der radioaktive Zerfall. Anwendungsbeispiele aus der Technik sind Systeme, in denen Kunden Anforderungen an Dienste stellen, z.B. das Eintreffen von Kunden im Kassenbereich oder der Start von Telefongesprächen in einem bestimmten Gebiet.

¹ In der Fachliteratur kann man unterschiedliche Faustregeln zu finden..