



Die komplexe Leistung

Leistungsberechnung aus komplexen Größen

Seite
1 von 1

© 2002, 2003 Prof. Dr.-Ing. T. Harriehausen

Version 2
12.10.2003

Die von einem Zweipol umgesetzte **Scheinleistung** S , **Wirkleistung** P und **Blindleistung** Q wurden aufgrund von Leistungsbetrachtungen im Zeitbereich definiert.

Sie sind über den **Phasenwinkel** $\varphi = \varphi_{0u} - \varphi_{0i}$ (1)

des betrachteten Zweipols miteinander verknüpft:

Scheinleistung $S = U \cdot I$, (2)

Wirkleistung $P = S \cdot \cos \varphi$, (3)

Blindleistung $Q = S \cdot \sin \varphi$, (4)

woraus $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ (5)

folgt.

Nachfolgend wird gezeigt, wie die Leistungen (2) bis (4) aus den **ruhenden Effektivwertzeigern** der Klemmengrößen, also $\underline{U} = U e^{j\varphi_{0u}}$ (6)

und $\underline{I} = I e^{j\varphi_{0i}}$ (7)

eines Zweipols berechnet werden können.

Mit der Definition der **komplexen (Schein-)Leistung** $\underline{S} = P + jQ$ (8)

werden Wirk- und Blindleistung so zu einer einzigen komplexen Größe verknüpft, dass die Beziehungen (3), (4) und (5) erhalten bleiben:

Aus (8) folgt mit (3) und (4) $\underline{S} = S \cdot \cos \varphi + jS \cdot \sin \varphi = S(\cos \varphi + j \sin \varphi)$

und daraus mit der Eulerschen Formel $\underline{S} = S e^{j\varphi}$.

Mit (2), (6) und (7) folgt $S e^{j\varphi} = U I e^{j(\varphi_{0u} - \varphi_{0i})} = U e^{j\varphi_{0u}} \cdot I e^{-j\varphi_{0i}}$, also $\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$.

Aus der einfach aus den komplexen Klemmengrößen berechenbaren komplexen Leistung lassen sich wiederum die beiden reellen Leistungen sehr einfach ableiten, siehe auch Bild 1:

$$\underline{S} = |\underline{S}|, \quad P = \operatorname{Re}(\underline{S}), \quad Q = \operatorname{Im}(\underline{S})$$

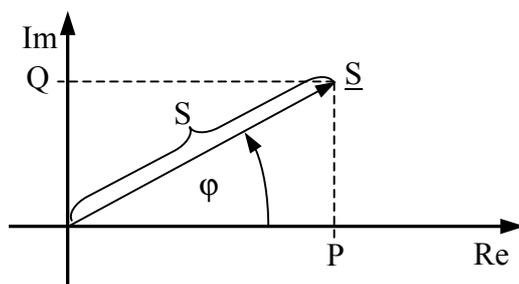


Bild 1: Zeiger der komplexen Leistung mit Wirk- und Blindkomponente

Die komplexe Leistung ist durch einen **tatsächlich ruhenden Zeiger** darstellbar, wie folgende ausführliche Rechnung mit **rotierenden Effektivwertzeigern** zeigt:

Aus $\underline{U} = U e^{j(\omega t + \varphi_{0u})}$ und $\underline{I} = I e^{j(\omega t + \varphi_{0i})}$ folgt

$$\underline{U} \cdot \underline{I}^* = U e^{j(\omega t + \varphi_{0u})} \cdot I e^{-j(\omega t + \varphi_{0i})} = U I e^{j(\omega t + \varphi_{0u} - \omega t - \varphi_{0i})} = U I e^{j(\varphi_{0u} - \varphi_{0i})} = U I e^{j\varphi} = \underline{S}$$

Dieses Ergebnis ist plausibel, da P und Q in Sinusstromkreisen ebenfalls nicht von der Zeit abhängen.

Wegen dieses unterschiedlichen physikalischen und mathematischen Charakters darf \underline{S} nicht zusammen mit \underline{U} und \underline{I} in ein gemeinsames Zeigerdiagramm eingezeichnet werden!