Die Hypergeometrische Verteilung

Version 1
16.5.2004

Zugrunde liegender Prozess

Bei dem Zufallsprozess, der durch die Hypergeometrische Verteilung beschrieben wird, gibt es wie bei der Binomialverteilung **nur zwei Elementarereignisse**, etwa A und $\overline{A}$. Jedoch wird nun der Fall betrachtet, dass **nicht zurückgelegt** wird. Damit ändert sich die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Ereignisses in Abhängigkeit von den vorher (beziehungsweise den anderen) aufgetretenen Ereignissen. Von den insgesamt N Elementen haben M Elemente die Eigenschaft A und somit die restlichen N-M Elemente die Eigenschaft $\overline{A}$. Bezogen auf alle Elemente ist die Wahrscheinlichkeit, dass A auftritt, also p = M/N.

Wahrscheinlichkeitsfunktion

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei n nacheinander (oder parallel mit der selben Elementegrundmenge) durchgeführten Experimenten das Ereignis A genau x-mal eintritt, **wenn nicht zurückgelegt wird**, ist

$$\boxed{P(X=x) = f_H(x,n,M,N) = \frac{\binom{M}{x}\binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}}} \text{ für } 0 \le x \le n\,.$$

Parameter der Verteilung

n: Anzahl der Experimente
N: Anzahl aller Elemente
M: Anzahl der Elemente mit der betrachteten Eigenschaft .

Kennwerte der Verteilung

Erwartungswert $\boxed{\mu = n \cdot \frac{M}{N}}$

Varianz $\boxed{\sigma^2 = n \cdot \frac{M}{N} \cdot \left(1-\frac{M}{N}\right) \cdot \frac{N-n}{N-1}}$

Eigenschaften der Verteilung

Die Hypergeometrische Verteilung ist eine **diskrete** Wahrscheinlichkeitsverteilung Sie ist stets **unimodal**.

Anwendungsbereich der Verteilung

- **Ziehen ohne Zurücklegen** aus einer **endlichen Anzahl von Elementen**.

Technische Anwendungen der Verteilung

Wahrscheinlichkeit dafür, dass in einer Stichprobe bestimmter Größe aus einer nicht sehr großen Menge von Teilen eine bestimmte Anzahl von Teilen defekt ist, wenn die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Teil defekt ist, bekannt ist.

Für $n \ll N$ kann man statt der Hypergeometrischen Verteilung näherungsweise mit der Binomialverteilung rechnen.