



Grundlagen der Fehlerrechnung

Angabe von Messergebnissen

Seite
1 von 1

© 2002-2004 Prof. Dr.-Ing. T. Harriehausen

Version 3
1.6.2004

Da die Ergebnisse von Messungen prinzipiell fehlerbehaftet sind, ist die Angabe von Messergebnissen ohne Information über die zugehörigen Messabweichungen bzw. Fehler prinzipiell unseriös. Leider werden u.a. in Diplomarbeiten, Gutachten und in vielen „Fach“zeitschriften oft Messergebnisse angegeben (und als Grundlage für wichtige Entscheidungen verwendet), die auf ungeeigneten Messanordnungen beruhen, massive systematische Fehler enthalten oder bei denen dem Urheber offenbar der Unterschied zwischen „Auflösung“ und „Genauigkeit“ nicht klar war.

Fehlergrenzen („Konfidenzintervall“)

Sie geben einen (meist symmetrischen) **Bereich um das Messergebnis** herum an, in dem der **wahre Wert** sicher oder **mit einer anzugebenden Wahrscheinlichkeit** liegt.

Ein Messergebnis ist um so wertvoller, je **kleiner seine Fehlergrenzen** und je **höher die zugehörige Wahrscheinlichkeit** sind. Kleine Fehlergrenzen bei kleiner Wahrscheinlichkeit sind wertlos bzw. unseriös (wenn der Wert der Wahrscheinlichkeit verschwiegen wird). Die Hälfte des durch symmetrische Fehlergrenzen definierten Intervalls nennt man **Messunsicherheit**.

Statistische Kennwerte von Messergebnissen

Nach **Elimination der systematischen Fehlereinflüsse** erreicht man eine **Minimierung des zufälligen Fehlers** durch **Wiederholung einer Messung** unter möglichst gleichbleibenden Randbedingungen. Vor der weiteren statistischen Auswertung der Messwerte ist zu entscheiden und zu dokumentieren, wie mutmaßliche „**Ausreißer**“ behandelt wurden.

Nachfolgend wird angenommen, dass die Mittelwerte der Messwerte (und damit ihre Fehler) normalverteilt sind.

x_i (um systematische Fehler bereinigte) Messwerte für eine Größe x

n Anzahl der aufgenommen Messwerte für die Messgröße

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{Mittelwert der Messwerte} \quad (1)$$

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad \text{Standardabweichung der Messwerte}$$

$$s_{\bar{x}} = \frac{1}{\sqrt{n}} s_x \quad \text{Standardabweichung des Mittelwertes} \quad (2)$$

Für $n > 30$ und normalverteilte Messwerte liegt der wahre Wert einer Messgröße z.B. im Bereich

$\bar{x} \pm s_{\bar{x}}$ mit 68,3% Wahrscheinlichkeit

$\bar{x} \pm 2 s_{\bar{x}}$ mit 95% Wahrscheinlichkeit

$\bar{x} \pm 3 s_{\bar{x}}$ mit 99,7% Wahrscheinlichkeit

Für weniger als ca. 30 Messwerte ist statt der Normalverteilung die t-Verteilung zu verwenden. Ein Messergebnis wird dann angegeben in der Form

$$x = \bar{x} \pm t \cdot s_{\bar{x}} \text{ mit einer Wahrscheinlichkeit von } P = \dots \quad (3)$$

In (3) werden $\bar{x}$ gemäß (1), $s_{\bar{x}}$ gemäß (2) sowie der t-Faktor, der zum gewählten P (meist 90%, 95%, 98% oder 99%) und der vorliegenden Zahl von Freiheitsgraden $k = n - 1$ gehört, eingesetzt. Die Werte des t-Faktors findet man in der Fachliteratur zur Statistik bzw. Messtechnik.