6.6 Einfache unbestimmte Integrale

Berechnen Sie das unbestimmte Integral von

a) $i(t) = \hat{I}\sin(\omega t + \varphi_0)$ mit festen Werten $\hat{I}$, ω, φ_0

b) $f(p) = e^{ap+b}$

c) $f(z) = \dfrac{4}{1+(3z+2)^2}$

d) $f(\lambda) = (2\lambda - 5)^5$

e) $f(\omega) = \dfrac{3}{2\omega - 7}$

6.7 Berechnung von Stammfunktionen

Berechnen Sie eine Stammfunktion von

a) $f(x) = 2x\,(x^2+3)^7$

b) $f(x) = \cos(x)\cdot\sin^3(x)$

c) $f(x) = x(x^2-1)^3$

d) $f(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)^2}$

e) $f(x) = \cos(x)\cdot\sqrt{3+\sin x}$

f) $f(x) = \dfrac{e^x}{e^{2x}+2e^x+1}$

g) $f(x) = \dfrac{\sinh x}{\sqrt[3]{1+\cosh x}}$

h) $f(x) = \dfrac{1}{x}\cdot\dfrac{1}{\ln x^2}$

i) $f(x) = \dfrac{1+\ln|x|}{x\ln|x|}$

j) $f(x) = \dfrac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}$

k) $f(x) = \dfrac{1}{x}\ln\left|\dfrac{x}{a}\right|$

l) $f(x) = \dfrac{\ln|x\,e^x|}{x}$

6.8 Gemischte Integralaufgaben

Berechnen Sie

a) $\displaystyle\int_1^e \frac{\cos(\ln|x|)}{x}\,dx$

b) $\displaystyle\int_3^8 x\sqrt{x+1}\,dx$

c) $\displaystyle\int_1^3 x\,e^{1+x^2}\,dx$

d) $\displaystyle\int \frac{dx}{(2+x)\sqrt{1+x}}$

e) $\displaystyle\int \frac{dx}{a^x + a^{-x}}$

f) $\displaystyle\int \frac{x}{1+x^2}\,dx$

g) $\displaystyle\int_0^2 2x\,e^{x^2}\,dx$

h) $\displaystyle\int_0^{10} \frac{1}{x^2+4x+5}\,dx$

i) $\displaystyle\int \frac{x+2}{x^2+4x+5}\,dx$

j) $\displaystyle\int \frac{1+x}{x^2+4x+5}\,dx$

6.9 Anspruchsvolle Integrale

Berechnen Sie die folgenden Integrale und überprüfen Sie Ihre Ergebnisse mittels einer Integraltabelle (Bronstein o.ä.):

a) $\displaystyle\int_0^{2\pi} x\sin x\,dx$

b) $\displaystyle\int_1^2 x^2 e^x\,dx$

c) $\displaystyle\int_1^e \ln|x|\,dx$

d) $\displaystyle\int_0^{2T} \frac{t}{T}\cos\omega t\,dt$ mit $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$

e) $\displaystyle\int_0^T \frac{t}{\tau}\,e^{-\frac{t}{\tau}}\,dt$ Zusatzfrage: Wert des Integrals für $T \to \infty$?

f) $\displaystyle\int_2^6 \mathrm{Ar}\cosh\frac{x}{2}\,dx$

g) $\displaystyle\int \mathrm{Arc}\tan x\,dx$

h) $\displaystyle\int e^{-\frac{t}{\tau}}\cos(\omega t)\,dt$

i) $\displaystyle\int x\,e^{-x}\,dx$

j) $\displaystyle\int x^3\,e^{-\frac{x^2}{2a}}\,dx$

k) $\displaystyle\int x^3\sinh(x^2)\,dx$,

l) $\displaystyle\int \sin(\sqrt{x})\,dx$

m) $\displaystyle\int e^{-\frac{t}{\tau}}\sin(\omega t)\,dt$

n) $\displaystyle\int_0^T \sin^2(\omega t)\,dt$ mit $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$