



### 5.5 Extremwertberechnung

Bestimmen Sie die relativen und absoluten Extremwerte der folgenden Funktionen in den angegebenen Intervallen:

a)  $y = e^{-x^2}$  für  $x \in [-3, +3]$       b)  $y = x^3 - x^2$  für  $x \in [-2, +2]$

Anspruchsvolle Aufgaben:

c)  $y = \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{x}}}$  für  $x \in [-2, +3]$       d)  $y = 1 - x^{\frac{2}{3}}$  für  $x \in [-2, +1]$

### 5.6 Kurvendiskussion

Führen Sie eine vollständige Diskussion (Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Pole, y-Achsen-Abschnitt, Monotonie, Symmetrie, Periodizität, Asymptoten, erste und zweite Ableitung, Extremwerte, Wendepunkte, Skizze des Funktionsverlaufes) der folgenden Funktionen durch:

a)  $y = \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 + 5x + 6}$       b)  $x^2 \cdot e^{-ax}$  mit  $a > 0$       c)  $y = \frac{e^x}{x^2}$

d)  $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$       e)  $y = e^{-x^2}$

### 5.7 Optimierungsproblem

Aus einer Kugel mit gegebenem Radius soll ein Zylinder derart herausgefräst werden, dass das Volumen des Zylinders möglichst groß wird.

Wie groß ist dann die Höhe des Zylinders, ausgedrückt über den Radius der Kugel? (Hinweis: Drücken Sie das Volumen des Zylinders über seine Höhe und den (gegebenen) Radius der Kugel aus und bestimmen Sie die Höhe, die das größte Volumen erzeugt.)

Wie groß ist dann das Verhältnis zwischen Kugelvolumen und Zylindervolumen?

Hinweis: Volumen einer Kugel mit dem Radius  $r$ :  $V_K = \frac{4}{3} \pi r^3$

### 5.8 Regel von de l'Hospital

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte mit geeigneten Ansätzen:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$ ,      b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{x}$ ,      c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x}$ ,      d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sin 2x}{\sinh^2 x}$ ,      e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sinh x}{\cosh x}$

### 5.9 Wurzelziehen unter Verwendung der Grundrechenarten

Leiten Sie eine Iterationsvorschrift auf Basis des Newtonschen Iterationsverfahren zur Berechnung der Quadratwurzel aus einer beliebigen positiven reellen Zahl  $a$  her.

Hinweis: Betrachten Sie die Gleichung  $x^2 = a$ .

Überprüfen Sie das Verfahren durch Berechnung des Wertes von  $\sqrt{2}$  auf 8 signifikante Stellen genau.

### 5.10 Nullstellenbestimmung von Polynomen höherer Ordnung

Berechnen Sie mit dem Newton-Verfahren die Nullstelle der Funktion

$y = x^4 - 2x^2 + 4x - 8$  zwischen 1 und 2 auf 4 signifikante Stellen genau.