4.21 Leistungsumsatz in einem Widerstand bei Sinusstrom

An einem ohmschen Widerstand R liegt eine Sinusspannung $u(t) = \hat{U} \cdot \sin(2\pi f\, t)$.
Die Werte $\hat{U}$ und $f = 1/T$ sind konstant und positiv. [Hinweis, zur Lösung der Aufgabe nicht erforderlich: $\hat{U}$ ist die Amplitude, f ist die Frequenz, T ist die Periodendauer der Sinusschwingung].

Bringen Sie die Zeitfunktion der im Widerstand umgesetzten Leistung $p(t) = \frac{u^2(t)}{R}$ unter Verwendung der Additionstheoreme in eine Form, aus der der Funktionsverlauf leicht erkennbar ist.

4.22 Graphen der Hyperbelfunktionen

a) Schreiben Sie ohne Verwendung irgendwelcher Unterlagen die Definitionen der Funktionen $y = \cosh(x)$ und $y = \sinh(x)$ auf.
b) Überlegen Sie sich anhand der Verläufe der Teilfunktionen in der Antwort zu a) die Verläufe der Graphen von $y = \cosh(x)$ und $y = \sinh(x)$.
c) Schreiben Sie ohne Verwendung irgendwelcher Unterlagen die Definitionen der Funktionen $y = \tanh(x)$ und $y = \coth(x)$ auf.
d) Überlegen Sie sich anhand der Verläufe der Teilfunktionen in der Antwort zu c) die Verläufe der Graphen von $y = \tanh(x)$ und $y = \coth(x)$.

4.23 Symmetrie des Area Sinus Hyperbolicus

Zeigen Sie, dass $y = \mathrm{Ar}\sinh(x)$ eine ungerade Funktion ist.

4.24 Verknüpfung von trigonometrischen- und Hyperbelfunktionen

Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke mit Hilfe einer Formelsammlung

a) $y = \cos(\mathrm{Arc}\sin(x))$ b) $y = \tan(\mathrm{Arc}\cos(x))$
c) $y = \cosh(\mathrm{Ar}\sinh(x))$ d) $y = \tanh(\mathrm{Ar}\cosh(x))$

4.25 Definition der Area-Funktionen

Überprüfen Sie die Gültigkeit der folgenden Gleichungen:

a) $\mathrm{Ar}\sinh(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$ b) $\mathrm{Ar}\cosh(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2 - 1}\right)$
c) $\mathrm{Ar}\tanh(x) = \frac{1}{2} \cdot \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ (für $|x| < 1$) d) $\mathrm{Ar}\coth(x) = \frac{1}{2} \cdot \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ (für $|x| > 1$)

Hinweis: Es gibt zwei Lösungsansätze:
1. Aus den Definitionsgleichungen der Hyperbelfunktionen deren Umkehrfunktionen herleiten.
2. Umkehrfunktionen der hier gegebenen Funktionen bilden und mit den Definitionsgleichungen der Hyperbelfunktionen vergleichen.

4.26 Koordinatentransformation

Skizzieren Sie den Verlauf der folgenden Funktionen

a) $y = e^x$, $y = e^{-x}$, $y = 3 \cdot e^x$, $y = 3 \cdot e^{-2x}$, $y = e^{x+3}$, $y = e^{-2(x-3)}$, $y = 3 \cdot e^{2(x-3)}$
b) $y = \sin x$, $y = -2\sin x$, $y = \sin(-2x)$, $y = -2\sin(3x) + 1$,
$y = \sin(x - \frac{\pi}{2})$, $y = 3\sin(2(x + \frac{\pi}{2}))$
c) $y(t) = \varepsilon(t+1)$, $s(t) = \varepsilon(t-1) + 2\varepsilon(t-2) - 4\varepsilon(t-3) + \varepsilon(t-4)$,
$z(t) = \delta(t - t_0)$ mit $t_0 > 0$, $z(t) = 2 \cdot \delta(\sin t)$, $f(x) = \sigma(e^x - e)$