



4.17 Ermittlung einer Funktionsgleichung aus Messwerten

Durch welche Gleichung wird die Funktion beschrieben, deren aus Messwerten konstruierter Graph in Bild 14.1 dargestellt ist?

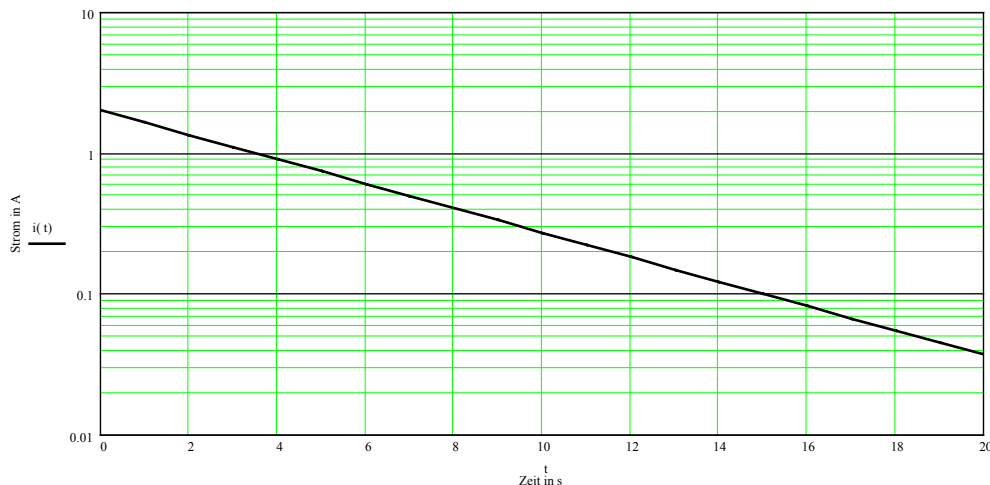


Bild 14.1: Aus Messwerten konstruierter Funktionsverlauf

4.18 Abschätzung des Erdumfangs in der Antike

An zwei 200 km voneinander entfernten Orten auf der Erdoberfläche stehen jeweils 20 m hohe, zur Erdoberfläche genau senkrechte Säulen. Zu dem Zeitpunkt, wenn die Länge des Schattens der einen Säule verschwindet, ist der Schatten der anderen Säule 60 cm lang.

Wie konnte man aus einer solchen Anordnung schon vor weit über 2000 Jahren den Erdumfang von ca. 40.000 km abschätzen?

Hinweise:

1. Die Erde ist als ideal kugelförmig anzunehmen.
2. Verwenden Sie eine geeignete Näherungsformel zur Berechnung des benötigten trigonometrischen Funktionswertes!

4.19 Herleitung wichtiger trigonometrischer Funktionswerte

Leiten Sie aus geeigneten Dreiecken ohne Zuhilfenahme Ihrer Vorlesungsmitschrift die

Werte der trigonometrischen Funktionen für die Winkel $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$ her!

4.20 Beweis von speziellen Additionstheoremen

Beweisen Sie – ausgehend von den Additionstheoremen – die Gleichungen

$$a) \sin \alpha - \sin \beta = 2 \cdot \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$$

$$b) \cos \alpha + \cos \beta = 2 \cdot \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$$

$$c) \cos \alpha - \cos \beta = -2 \cdot \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$$

und daraus die Gleichungen

$$d) \sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$e) \cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$$