



#### 4.6 Nullstellen von Polynomen

- Wie viele reelle Nullstellen kann ein Polynom n-ten Grades haben?
- Wie kann man diese Nullstellen finden?

#### 4.7 Eigenschaften eines Polynoms

Welche Aussagen können Sie über die allgemeinen Funktionseigenschaften von  $y = f(x) = (x^2 - 1)(x^2 - 1)$  machen, ohne vorher eine Wertetabelle zu berechnen oder den Funktionsgraphen zu kennen?

#### 4.8 Zerlegung von Polynomen in Linearfaktoren

Stellen Sie die folgenden Polynome als Produkte von Lineartermen dar:

- $P_1(x) = x^3 - x^2 - 2x$
- $P_2(x) = x^3 - 2x^2 + x - 2$
- $P_3(x) = 4x^4 - 8x^3 - 12x^2 + 16x + 16$
- Änderung der Ergebnisse, wenn eine Darstellung als Produkt reeller linearer bzw. quadratischer Terme gefordert ist?

#### 4.9 Eigenschaften gebrochen rationaler Funktionen

- Wie viele reelle Nullstellen kann eine gebrochen rationale Funktion haben?
- Wie viele reelle Polstellen muss eine gebrochen rationale Funktion mindestens haben?
- Kann es einen Unterschied zwischen der Anzahl der Definitionslücken und der Anzahl der reellen Polstellen einer gebrochen rationalen Funktion geben? Warum?
- In welchem Fall hat eine gebrochen rationale Funktion Asymptoten?  
Was ist die Gleichung dieser Asymptoten?  
Wodurch wird die Anzahl der Schnittpunkte zwischen dem Graphen der Funktion und dem Graphen der Asymptotenfunktion bestimmt?  
Was folgt daraus für die maximal mögliche Anzahl der Schnittpunkte?

#### 4.10 Systembeschreibung mittels gebrochen rationaler Funktionen

Das Verhalten eines technischen Systems werde durch die Gleichung  $W = F(U)$  beschrieben. Dabei sei

U die Ursache (Anregung, Eingangsgröße) des Systems

W die Wirkung (Reaktion, Ausgangsgröße) des Systems

F eine gebrochen rationale Funktion, die das Verhalten des Systems beschreibt.

Welche technische, anschauliche Bedeutung haben

- die reellen Nullstellen von F?
- die reellen Pole von F?
- der Wert  $F(0)$ ?
- die Eigenschaft, dass F unecht oder echt gebrochen rational ist?

#### 4.11 Eigenschaften einer gebrochen rationaler Funktionen

Das Verhalten eines bestimmten technischen Systems werde durch die Funktion

$$H(s) = \frac{k_1 \cdot s}{s^2 + 2k_2 \cdot s + k_3^2} \quad \text{mit } s \geq 0 \text{ und den reellen Konstanten } k_1, k_2, k_3$$

beschrieben.

Welche allgemeinen Aussagen können Sie über den Verlauf der Funktion  $H(s)$  machen?