Voraussetzung für die Anwendung der hier beschriebenen Verfahren ist ein korrekter **Ansatz zur Partialbruchzerlegung** einer echt gebrochen rationalen Funktion, wie er in meinem Arbeitsblatt „Partialbruchzerlegung – Aufstellen des Ansatzes" beschrieben ist, z. B.

$$\frac{\ldots}{(x-3)\cdot(x+2)^3\cdot(x^2+x+1)}=\frac{K_1}{(x-3)}+\frac{K_2}{(x+2)^1}+\frac{K_3}{(x+2)^2}+\frac{K_4}{(x+2)^3}+\frac{K_5x+K_6}{(x^2+x+1)}$$

Zur Bestimmung der unbekannten Koeffizienten in den Zählern der Partialbrüche werden die folgenden drei Verfahren verwendet:

1. **Koeffizientenvergleich**
   Funktioniert immer, einfach erlernbar, erfordert aber relativ hohen Rechenaufwand.
   Beide Seiten der Ansatzgleichung für die Partialbruchzerlegung werden auf den **Hauptnenner** gebracht. Hierzu werden die einzelnen Partialbrüche geeignet erweitert. Der Ausdruck im Zähler der rechten Seite wird nach Potenzen der unabhängigen Variablen (z.B. x) geordnet. Dann werden die bekannten Koeffizienten vor den Potenzen von x auf der linken Seite der Gleichung mit den unbekannten Koeffizienten vor den gleichen Potenzen von x auf der rechten Seite gleichgesetzt. Man erhält ein **lineares Gleichungssystem**, mit dem die unbekannten Koeffizienten stets berechnet werden können.

2. **Grenzwertverfahren** („Zuhalte-Methode")
   Funktioniert ausschließlich für die höchste Potenz von Linearfaktoren, ist aber sehr effizient.
   Beide Seiten der Ansatzgleichung für die Partialbruchzerlegung werden mit der höchsten auftretenden Potenz eines Linearfaktors multipliziert. Anschließend wird für die unabhängige Variable der Wert der zu diesem Linearfaktor gehörenden Nullstelle eingesetzt[1]. Hierdurch werden alle Summanden auf der rechten Seite der Ansatzgleichung außer dem zur betrachteten höchsten Potenz gehörenden Null. Das Kürzen durch den Linearfaktor auf der linken Seite der Ansatzgleichung kann man durch „Zuhalten" dieses Linearfaktors mit einer Fingerspitze erreichen[2].

3. **Einsetzverfahren**
   Funktioniert immer, ist aber nur empfehlenswert, wenn nur noch maximal 3 unbekannte Koeffizienten zu bestimmen oder quadratische Nennerausdrücke vorhanden sind.
   Man setzt in die Ansatzgleichung für die Partialbruchzerlegung für die unabhängige Variable nacheinander so viele verschiedene feste Werte ein, wie es zu bestimmende Koeffizienten gibt. Die Werte sollten so gewählt werden, dass sich mit ihnen einfach rechen lässt. Es dürfen aber auf keinen Fall die Nullstellen des Nennerpolynoms eingesetzt werden! Man erhält ein **lineares Gleichungssystem**, mit dem die unbekannten Koeffizienten stets berechnet werden können.

[1] Dieser Schritt ist eigentlich unzulässig, da die gebrochen rationale Funktion an ihren Nennernullstellen nicht definiert ist. Darum ist hier eigentlich eine Grenzwertbetrachtung erforderlich. Daher der Name des Verfahrens.
[2] Daher der andere Name dieses Verfahrens.